



**Prova d'accés a Cicles formatius de grau superior de formació professional,
Ensenyaments d'esports i Ensenyaments d'arts plàstiques i disseny 2010**

**Matemàtiques
Sèrie 1**

**SOLUCIONS,
CRITERIS DE CORRECCIÓ
I PUNTUACIÓ**

Instruccions

- Trieu i resolau CINC dels set exercicis que us proposem.
- Indiqueu clarament quins heu triat. Només se n'avaluaran cinc.
- Cada exercici val dos punts.

Material que han de portar les persones aspirants el dia de la prova:

- Material d'ús habitual: bolígraf, llapis, regle, etc.
- Compàs i semicercle graduat (transportador).
- Calculadora científica.

Cadascú ha de portar el seu propi material. En cap cas no es permetrà la cessió de calculadores ni d'altres materials entre les persones aspirants.



1. Indiqueu si les igualtats següents són vertaderes o falses. Justifiqueu la resposta.

a) $\sqrt{16+9} = 4+3$

Falsa, ja que l'arrel d'una suma no és igual a la suma de les arrels dels sumands (a més, 5 és diferent de 7).

b) $5\sqrt{2} = \sqrt{10}$

Falsa, ja que el resultat correcte és l'arrel quadrada de 50.

c) $\sqrt{a^2 - 2ab + b^2} = a - b$

Vertadera, ja que el radicand és igual a $(a - b)^2$ i, per tant, es pot simplificar.

d) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

Vertadera, ja que multiplicant en creu el resultat sempre és 5 (a més, racionalitzant la primera fracció s'obté la segona).

Compteu 0,5 punts per cada apartat ben contestat, sempre que justifiquin la resposta. Si no la justifiquen, compteu només 0,25 punts per cada apartat.

2.

a) Aplicant el mètode de Ruffini, dividiu: $(3x^3 - 8x^2 + 5) : (x - 2)$. Indiqueu clarament el quocient i el residu obtinguts.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 3 & -8 & 0 & 5 \\ 2 & & 6 & -4 & -8 \\ \hline & 3 & -2 & -4 & -3 \end{array}$$

Quocient = $3x^2 - 2x - 4$; residu = -3

b) Utilitzeu el teorema del residu per a saber si la divisió següent és exacta o no: $(x^8 - 2x^5 - 3x^2 + 1) : (x + 1)$.

$$\text{Residu} = P(-1) = (-1)^8 - 2(-1)^5 - 3(-1)^2 + 1 = 1 + 2 - 3 + 1 = 1$$

Per tant, la divisió no és exacta.

Compteu 1 punt per cada apartat ben contestat, sempre que obtinguin el resultat pel procediment que se'ls demana. En cas contrari, compteu només 0,5 punts per cada apartat.

3. Resoleu les equacions següents. Expressiu les solucions de manera exacta.

a) $\frac{3x+4}{2} - \frac{6x-5}{3} = 4$

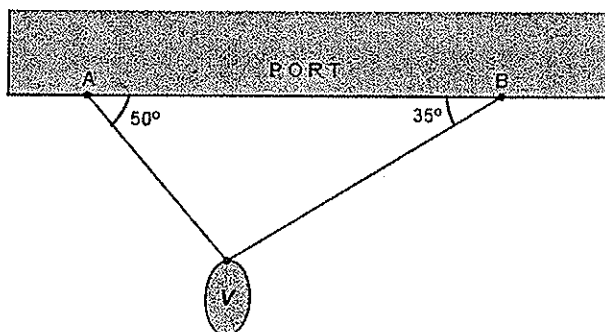
$$3(3x+4) - 2(6x-5) = 4 \cdot 6; 9x+12-12x+10=24; -3x=2; x = -\frac{2}{3}$$

b) $2^x - 3 = 10$

$$2^x = 13; \ln 2^x = \ln 13; x \ln 2 = \ln 13; x = \frac{\ln 13}{\ln 2}$$

Compteu 1 punt per cada apartat.

4. El vaixell V està amarrat al port amb dues cordes subjectades en els punts A i B , separats 20 metres l'un de l'altre. Les dues cordes estan tensades i formen un angle de 50° i un altre de 35° , respectivament, amb la paret del port.



a) Calculeu l'angle que formen les dues cordes entre si.
[0,5 punts]

$$\alpha = 180^\circ - 50^\circ - 35^\circ = 95^\circ$$

L'angle fa 95° .

b) Calculeu la suma de la longitud de les dues cordes.
[1,5 punts]

$$\frac{a}{\sin 50^\circ} = \frac{20}{\sin 95^\circ} ; a = \frac{20 \cdot \sin 50^\circ}{\sin 95^\circ} = 15,38 \text{ m}$$

$$\frac{b}{\sin 35^\circ} = \frac{20}{\sin 95^\circ} ; b = \frac{20 \cdot \sin 35^\circ}{\sin 95^\circ} = 11,52 \text{ m}$$

$$15,38 + 11,52 = 26,89 \text{ m}$$

Les dues cordes fan 26,89 metres en total.

Compteu 0,5 punts per l'apartat a i 1,5 punts per l'apartat b.

5. El benefici net mensual, en euros, d'una empresa que fabrica autobusos és determinat per la funció $B(x) = 675x - x^3$, en què x és el nombre d'autobusos fabricats en un mes.

a) Determineu la producció mensual d'autobusos que fa que el benefici sigui màxim.
[1,5 punts]

$$B'(x) = 675 - 3x^2; 675 - 3x^2 = 0; 3x^2 = 675; x^2 = \frac{675}{3} = 225; x = \sqrt{225} = 15 \text{ autobusos}$$

b) Calculeu el benefici màxim mensual corresponent a aquesta producció.
[0,5 punts]

$$B(15) = 675 \cdot 15 - 15^3 = 10125 - 3375 = 6750 \text{ euros}$$

Compteu 1,5 punts per l'apartat a i 0,5 punts per l'apartat b. Valoreu que facin alguna cosa bé, encara que no resolguin correctament tot l'apartat.

6. Disposem d'unes quantes monedes trucades de tal manera que, en llançar-les enlaire, la probabilitat d'obtenir cara és $3/5$.

a) En l'experiment aleatori de llançar UNA d'aquestes monedes, calculeu la probabilitat d'obtenir creu.

$$P(x) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$$

En l'experiment aleatori de llançar simultàniament DUES d'aquestes monedes, calculeu la probabilitat d'obtenir:

b) Dues cares.

$$P(2c) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

c) Dues creus.

$$P(2x) = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$$

d) Una cara i una creu.

$$P(1c, 1x) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} + \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{25} + \frac{6}{25} = \frac{12}{25} \text{ o bé } P(1c, 1x) = 1 - \frac{9}{25} - \frac{4}{25} = \frac{12}{25}$$

Compteu 0,5 punts per cada apartat.

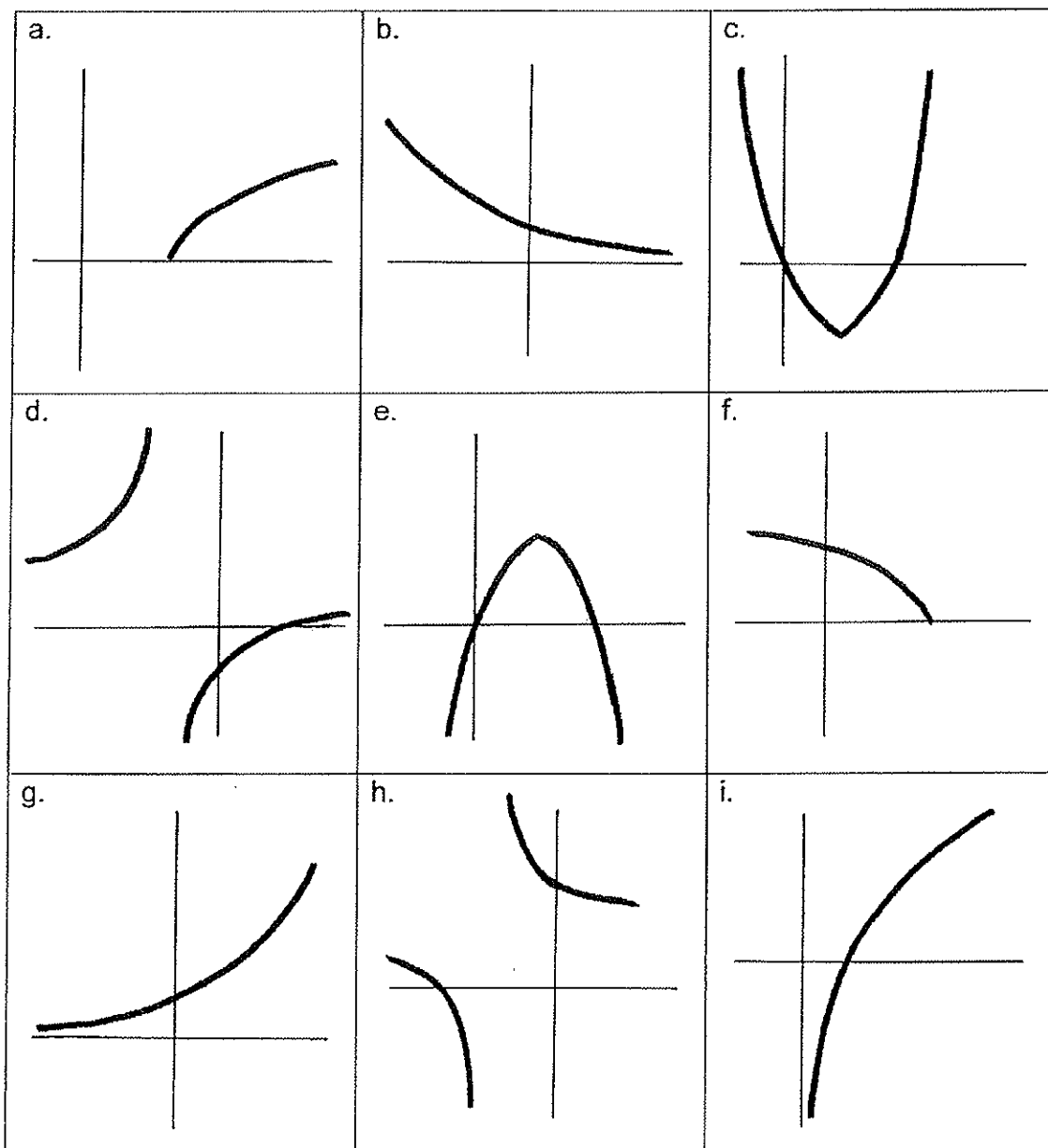
7. Relacioneu cadascuna de les quatre funcions següents amb l'esbós de la gràfica que li correspon. Justifiqueu la resposta.

1. $f(x) = +\sqrt{x-5} \rightarrow a$

2. $f(x) = 3x - x^2 \rightarrow e$

3. $f(x) = \frac{x-3}{x+3} \rightarrow d$

4. $f(x) = 3^x \rightarrow g$



La resposta es pot justificar de dues maneres:

Elaborant una taula de valors per a cada funció i indicant a quina gràfica correspon.

O bé:

Efectuant un raonament específic per a cada funció:

1. $f(x) = +\sqrt{x-5}$

És una funció irracional, i sabem que té una gràfica en forma de mitja paràbola amb l'eix de simetria en l'eix x . Per tant, només pot ser la gràfica a o f . Atès que el domini de la funció és $[5, +\infty)$, ha de ser la a .

2. $f(x) = 3x - x^2$

És una funció polinòmica de segon grau, i sabem que la gràfica corresponent és una paràbola. Per tant, només pot ser la c o la e . Atès que el coeficient del terme de grau més alt és negatiu, les branques de la paràbola van cap avall. Així doncs, ha de ser la e .

3. $f(x) = \frac{x-3}{x+3}$

És una funció racional que té un punt de discontinuïtat. Per tant, hi ha un punt del domini que no té imatge. Aleshores, només pot ser la gràfica d o h . Si calculem una imatge, per exemple $f(0) = -1$, ens adonem que ha de ser la d .

4. $f(x) = 3^x$

És una funció exponencial, per la qual cosa només pot ser la gràfica b o g . Atès que la base de la funció exponencial és un nombre més gran que 1, la gràfica ha de ser creixent. Per tant, només pot ser la g .

Compteu 0,5 punts per cada apartat, sempre que justifiqueu la resposta. A més de les justificacions que us proposem, n'hi pot haver alguna altra, global o parcial, per a cada funció.